

## Μέτρηση του λόγου $\gamma=C_p/C_v$ των αερίων με τη μέθοδο Clement – Desormes

### Στόχοι

1. Ανάλυση της λειτουργίας της πειραματικής διάταξης
2. Εφαρμογή των νόμων της θερμοδυναμικής στην πειραματική διαδικασία και υπολογισμός του λόγου  $\gamma=C_p/C_v$  του αέρα.

### Πειραματική διάταξη

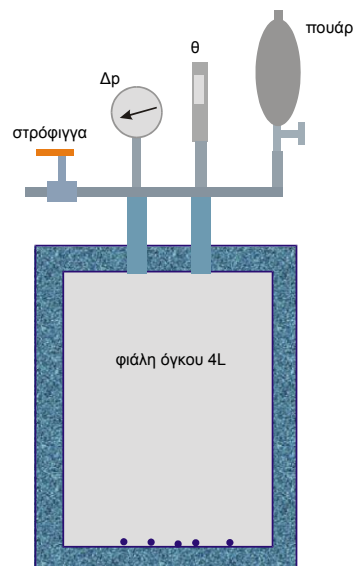
Η πειραματική διάταξη αποτελείται από θερμικά μονωμένη φιάλη όγκου 4L που φέρει πιεσόμετρο, θερμομόμετρο και πουάρ και βαλβίδα με στρόφιγγα. Εντός της φιάλης υπάρχουν υγροσκοπικά σφαιρίδια, για να διατηρούν τον αέρα στο εσωτερικά της ξηρό.

Το πιεσόμετρο δείχνει την υπερπίεση ως προς την ατμοσφαιρική πίεση στις συνθήκες του πειράματος.

Η θερμική μόνωση της φιάλης δεν είναι απαραίτητη.

### Πειραματική διαδικασία

- 1) Κλείνω τη βαλβίδα της συσκευής και του πουάρ. Με το πουάρ, εισάγω αέρα στη φιάλη έως ότου η πίεση που δείχνει το πιεσόμετρο φτάσει μια επιθυμητή τιμή  $\Delta p$ . Παρατηρώ το δείκτη του πιεσόμετρου. Όταν η τιμή της πίεσης σταθεροποιηθεί, την καταγράφω.



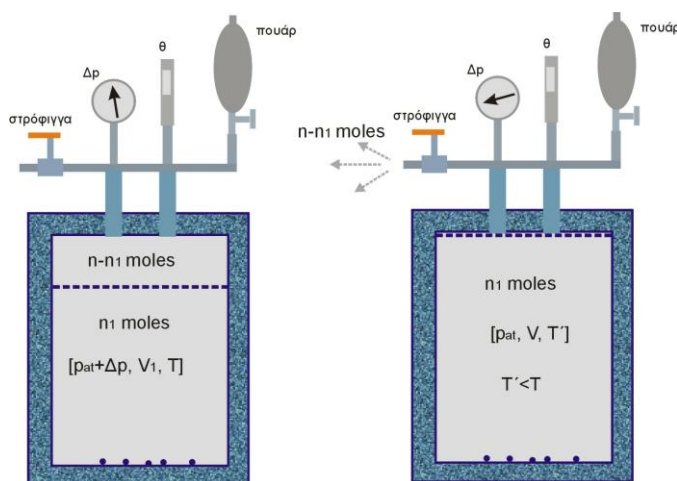
Εικόνα 1

### Επισημάνσεις

- ▶ Σύμφωνα με τις προδιαγραφές αεροστεγούς μόνωσης της συσκευής, μια ικανοποιητική περιοχή τιμών του  $\Delta p$  είναι από 80 έως 130mmHg.
  - ▶ Η ελάττωση της πίεσης στην τιμή που έχω επιλέξει, μπορεί να ρυθμιστεί με τη βαλβίδα του πουάρ.
  - ▶ Εάν η πίεση δεν σταθεροποιείται, αλλά ελαττώνεται διαρκώς, πιθανόν υπάρχει κάποιο πρόβλημα στην αεροστεγή μόνωση της συσκευής. Ελέγγω τα πιθανότερα σημεία διαρροής:
    - Σφίγγω τους κοχλίες των οργάνων μέτρησης και του πουάρ.
    - Αφαιρώ τη φιάλη από το θερμομονωτικό της περίβλημα. Την ανοίγω και σφίγγω τον κοχλία που συνδέει το εξωτερικό σύστημα των οργάνων μέτρησης και του πουάρ με το εσωτερικό της.
    - Αλείφω το πλαστικό δακτύλιο του καλύμματος της φιάλης με λεπτό στρώμα βαζελίνης.
- 2) Η πίεση στο εσωτερικό της φιάλης είναι  $p_a + \Delta p$ . Ανοίγω εντελώς τη βαλβίδα της συσκευής για λιγότερο από ένα δευτερόλεπτο και την κλείνω.

Παρατηρώ ότι:

- a. Η ένδειξη του πιεσόμετρου πέφτει απότομα στο μηδέν και στη συνέχεια αυξάνεται σταδιακά. Παρακολουθώ τη μεταβολή της πίεσης και όταν σταθεροποιηθεί καταγράφω την τιμή της  $\Delta p_1$ .
- b. Μόλις κλείσω τη βαλβίδα, η ένδειξη του θερμομέτρου μειώνεται κατά μερικά δέκατα του βαθμού Κελσίου: Η θερμοκρασία του αέρα εντός της φιάλης ελαττώθηκε. Στη συνέχεια, καθώς η πίεση του αέρα εντός της φιάλης αυξάνεται, αυξάνεται και η θερμοκρασία του και εξισώνεται τελικά με την αρχική της τιμή (θερμοκρασία του περιβάλλοντος).



Εικόνες 2<sup>α</sup> και 2<sup>β</sup>: Οι μεταβολές των  $n_1$  moles του αέρα που απομένουν μέσα στη φιάλη της συσκευής.

### Ανάλυση του φαινομένου και υπολογισμοί

A. Έστω ότι μετά την εισαγωγή αέρα με το πουάρ, εντός της φιάλης βρίσκονται  **$n$  moles** αέρα, υπό πίεση  $p_a + \Delta p$ . Όπου  $p_a$  η ατμοσφαιρική πίεση (εικόνα 2α).

B. Όταν ανοίγω τη βαλβίδα και την ξανακλείνω γρήγορα, ένα μέρος των  $n$  moles του αέρα που βρίσκονται εντός της φιάλης διαφεύγουν στην ατμόσφαιρα. Έστω ότι μέσα στη φιάλη παραμένουν  **$n_1$  moles** (εικόνα 2β).

Γ. Μελετώ τις διαδοχικές καταστάσεις ισορροπίας των  $n_1$  moles αέρα και τις μεταβολές τους, κατά τη διεξαγωγή του πειράματος (εικόνα 2 – θεωρώ ότι ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο):

- a. Πριν ανοίξω τη στρόφιγγα: τα  $n_1$  moles βρίσκονταν υπό πίεση  $p_a + \Delta p$  και κατείχαν μερικό όγκο  $V_1$  εντός της φιάλης, υπό θερμοκρασία περιβάλλοντος  $T$ . Αφού βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας ισχύει η σχέση:

$$(p_a + \Delta p) \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T \quad (1)$$

- b. Αμέσως μετά το άνοιγμα και κλείσιμο της στρόφιγγας: Τα  $n_1$  moles εκτονώνονται από όγκο  $V_1$  σε όγκο  $V=4L$  (καταλαμβάνουν ολόκληρο τον όγκο της φιάλης). Η ένδειξη του πιεσόμετρου αμέσως μετά το κλείσιμο της στρόφιγγας είναι μηδέν. Επομένως η πίεση των  $n_1$  moles, αμέσως μετά την εκτόνωσή τους σε όγκο  $V$ , είναι ίση με την ατμοσφαιρική  $p_a$ . Η θερμοκρασία

των  $n_1$  moles, σύμφωνα με την ένδειξη του θερμομέτρου, είναι  $T' < T$ . Όστε τα  $n_1$  moles του αέρα της φιάλης μετέβησαν από την κατάσταση ισορροπίας  $[p_a + \Delta p, V_1, T]$  στην  $[p_a, V, T']$ :

$$[p_a + \Delta p, V_1, T] \rightarrow [p_a, V, T'] \quad (2)$$

Η εκτόνωση των  $n_1$  moles του αέρα της φιάλης διαρκεί πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Η θερμότητα που ανταλλάσσουν με το περιβάλλον, στο διάστημα αυτό, είναι σχεδόν μηδενική. Επομένως η μεταβολή (2) μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατική. Επιπλέον, δεδομένου ότι  $\Delta p \ll p_a$  η μεταβολή μπορεί να θεωρηθεί αντιστρεπτή.

Θεωρώ λοιπόν, ότι αμέσως μετά το κλείσιμο της στρόφιγγας τα  $n_1$  moles του αέρα εντός της φιάλης υφίστανται την αδιαβατική αντιστρεπτή εκτόνωση (2). Οι δύο καταστάσεις συνδέονται με τη σχέση:

$$(p_a + \Delta p) \cdot V_1^\gamma = p_a \cdot V^\gamma \quad (3)$$

### Επισημάνσεις:

α) Η αποκατάσταση της ισορροπίας του αέρα εντός της φιάλης γίνεται σε ελάχιστο χρόνο, σε σχέση με το χρόνο αποκατάστασης των οργάνων μέτρησης.

β) Το έργο που παράγεται κατά την εκτόνωση των  $n_1$  moles του αέρα της φιάλης καταναλώνεται στη διαφυγή των υπόλοιπων  $(n - n_1)$  moles στην ατμόσφαιρα.

### γ. Μετά το κλείσιμο της στρόφιγγας:

Παρατήρησα ότι η πίεση του αέρα εντός της φιάλης σταδιακά ανέρχεται μέχρι μια ορισμένη τιμή, στην οποία σταθεροποιείται.

Η θερμοκρασία του ανέρχεται επίσης, μέχρις ότου φτάσει την τιμή της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος. Στην περίπτωση αυτή, ο αέρας εντός της φιάλης υφίσταται μια **ισόχωρη θέρμανση**:

Η αρχική θερμοκρασία του είναι μικρότερη του περιβάλλοντος (κατάσταση  $[p_a, V, T']$ ).

Επομένως, μεταφέρεται θερμότητα από το περιβάλλον προς το εσωτερικό της φιάλης. Η ισορροπία αποκαθίσταται όταν η θερμοκρασία του αέρα εντός της φιάλης γίνει ίση με την εξωτερική. Όστε τα  $n_1$  moles του αέρα εντός της φιάλης υφίστανται την ισόχωρη μεταβολή:

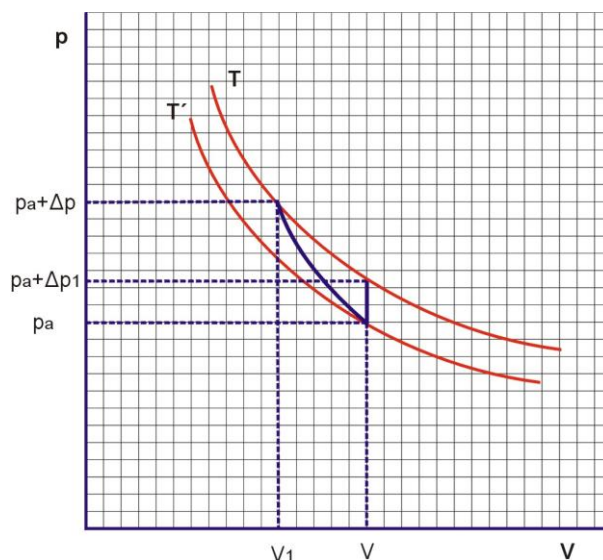
$$[p_a, V, T'] \rightarrow [p_a + \Delta p_1, V, T] \quad (4)$$

Για την τελική κατάσταση ισορροπίας ισχύει η σχέση:

$$(p_a + \Delta p_1) \cdot V = n_1 \cdot R \cdot T \quad (5)$$

### Δ. Υπολογισμοί

Από τις σχέσεις (1) και (5), προκύπτει η σχέση:



Εικόνα 2: Μεταβολές των  $n_1$  moles του αέρα που απομένουν στη φιάλη μετά το άνοιγμα και κλείσιμο της στρόφιγγας.

$$\frac{(p_a + \Delta p)}{(p_a + \Delta p_1)} = \frac{V}{V_1} \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (3) και (6) τελικά προκύπτει η σχέση:

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \Delta p/p_a)}{\ln(1 + \Delta p/p_a) - \ln(1 + \Delta p_1/p_a)} \quad (7)$$

Όστε ο πειραματικός προσδιορισμός του  $\gamma$ , με τη μέθοδο Clement – Desormes ανάγεται στις μετρήσεις των δύο ενδείξεων  $\Delta p$  και  $\Delta p_1$  του πιεσόμετρου και τη μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης  $p_a$ .

### **Επισημάνσεις:**

α) Αν  $\Delta p/p_a \ll 1$ , για παράδειγμα  $\Delta p/p_a \approx 0.15$ , όπως ισχύει στις μετρήσεις μας, τότε οι λογαριθμικές συναρτήσεις που εμφανίζονται στη σχέση (7), προσεγγίζονται με όρους πρώτης τάξης, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\ln\left(1 + \frac{\Delta p}{p_a}\right) \approx \frac{\Delta p}{p_a}$$

Επομένως, σε πρώτης τάξης προσέγγιση ως προς τους λόγους  $\Delta p/p_a$ , το  $\gamma$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\gamma = \frac{\Delta p}{\Delta p - \Delta p_1} \quad (8)$$

Παρατηρούμε ότι η συμβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης στον υπολογισμό του  $\gamma$  μέσω της σχέσης (7), ανάγεται σε όρους 2ης τάξης και άνω. Επομένως, δεν απαιτείται ακριβής μέτρηση της ατμοσφαιρικής πίεσης κατά τη διεξαγωγή του πειράματος. Μεταβολή της πίεσης κατά  $\pm 10\%$  επηρεάζει την τιμή του  $\gamma$  μετά το τρίτο δεκαδικό ψηφίο. Θέτουμε  $p_a = 760 \text{ mmHg}$ .

Τάξη-Τμήμα: \_\_\_\_\_

Όνομα και Επώνυμο: \_\_\_\_\_

### Επεξεργασία των δεδομένων

- 1) Σημείωσε την αρχική και την τελική τιμή της ένδειξης του πιεσόμετρου, κατά την πειραματική διαδικασία:

$\Delta p =$

$\Delta p_1 =$

Σημείωσε την αρχική τιμή της θερμοκρασίας και τη μεταβολή της κατά την αδιαβατική εκτόνωση

$\theta =$

$\Delta \theta =$

- 2) Με βάση τις τιμές αυτές και την ανάλυση της λειτουργίας της συσκευής, υπολόγισε το λόγο  $\gamma$  για τον αέρα, με βάση τον τύπο (7) και στη συνέχεια, με βάση την προσεγγιστική σχέση (8). [Θεώρησε ότι  $p_a = 760 \text{ mmHg}$ ]

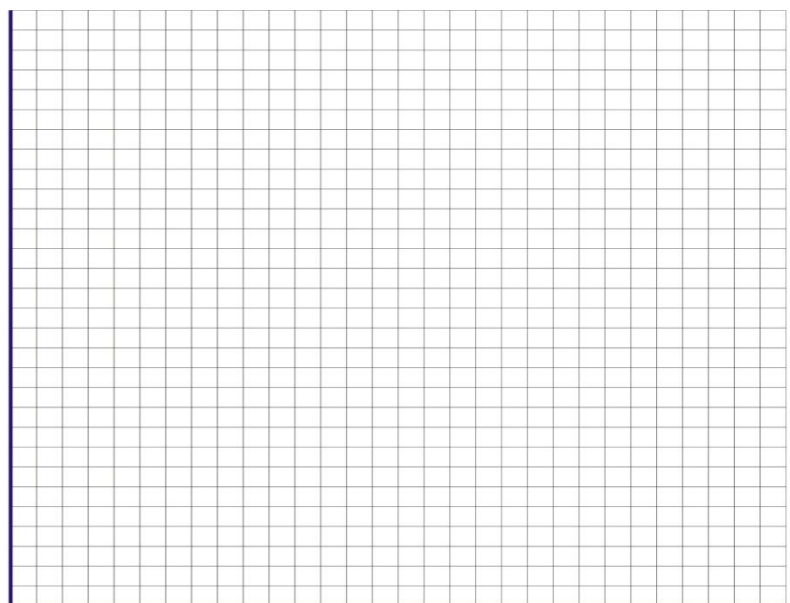
Σύγκρινε τις δύο τιμές μεταξύ τους. Πρέπει να μετρήσουμε την ατμοσφαιρική πίεση με μεγαλύτερη ακρίβεια για να βελτιώσουμε το αποτέλεσμα της μέτρησης; ΝΑΙ – ΟΧΙ  
Τεκμηρίωσε την απάντησή σου.

- 3) Σε διάγραμμα  $p$ - $V$ , σχεδίασε τις μεταβολές της κατάστασης του αέρα που παραμένει μέσα στη φιάλη της συσκευής, τοποθετώντας τις τιμές της πίεσης και της θερμοκρασίας, που έχεις καταγράψει, στις σωστές θέσεις του γραφήματος.

- 4) Υπολόγισε το κλάσμα των γραμμομορίων που διέφυγε στην ατμόσφαιρα κατά το άνοιγμα και κλείσιμο της στρόφιγγας, στο βήμα 2 της πειραματικής διαδικασίας.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**p**



**V**