

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΡΑΒΔΟΥ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΣΤΑΘΕΡΟ ΑΞΟΝΑ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΤΗΣ ΡΑΒΔΟΥ

Συνοπτική περιγραφή

Μελετάμε την κίνηση μιας ράβδου που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, εντός του πεδίου βαρύτητας της γης (g): Αφήνουμε τη ράβδο να κινηθεί από μια αρχική θέση. Όταν η ράβδος διέρχεται από τη θέση ευσταθούς ισορροπίας της (θέση όπου η δυναμική ενέργεια της ράβδου είναι ελάχιστη), έχει αποκτήσει ορισμένη γωνιακή ταχύτητα ω . Από τη θεωρητική περιγραφή του φαινομένου, βρίσκουμε μια σχέση μεταξύ της ω και της υψομετρικής διαφοράς του ελεύθερου άκρου της ράβδου μεταξύ των δύο θέσεων. Τη σχέση αυτή μπορούμε να την ελέγξουμε πειραματικά και να μετρήσουμε τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.

Στόχοι

Με τη διεξαγωγή της εργαστηριακής άσκησης επιδιώκουμε την ανάπτυξη των ακόλουθων γνώσεων, μεθόδων και δεξιοτήτων

- 1) Περιγράφουμε θεωρητικά την κίνηση μιας ράβδου στρεπτής γύρω από οριζόντιο άξονα.
- 2) Σχεδιάζουμε το κατάλληλο πείραμα για να ελέγξουμε τις θεωρητικές προβλέψεις μας, χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα όργανα και υλικά.
- 3) Διεξάγουμε την πειραματική διαδικασία, καταγράφουμε τα αποτελέσματα και τα απεικονίζουμε σε γράφημα.
- 4) Συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των πειραμάτων με τις θεωρητικές σχέσεις και υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας της ράβδου. Αξιολογούμε την άσκηση τόσο ως προς το θεωρητικό, όσο και ως προς το πειραματικό μέρος της.

Λέξεις κλειδιά

Γωνιακή ταχύτητα - Γραμμική ταχύτητα σημείου της ράβδου - Ροπή αδράνειας - Άξονας περιστροφής - Κέντρο μάζας - Υψομετρική διαφορά - Κινητική ενέργεια - Δυναμική ενέργεια

Προαπαιτούμενες Γνώσεις - Θεωρητική περιγραφή

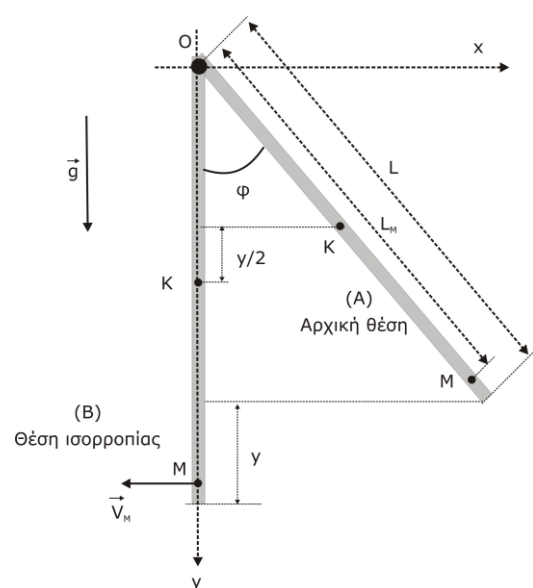
[A]

Θεωρούμε μια ομοιογενή ράβδο μήκους L , που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα O εντός του πεδίου βαρύτητας της γης ($g=9,8\text{m/s}^2$). Συμβολίζουμε με m τη μάζα της ράβδου, I_0 τη ροπή αδράνειας της ως προς τον άξονα O και K το κέντρο μάζας της.

Υποθέτουμε ότι κατά την κίνηση της ράβδου, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες.

Η ράβδος βρίσκεται στη θέση ευσταθούς ισορροπίας όταν βρίσκεται πάνω στον κατακόρυφο άξονα Oy , όπως φαίνεται στο σχήμα 1 (θέση (B) της ράβδου).

Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας της κατά γωνία ϕ και την αφήνουμε ελεύθερη



Σχήμα 1

(θέση (A) της ράβδου). Η ράβδος θα περιστραφεί πάνω στο κατακόρυφο επίπεδο (Οxy), γύρω από τον άξονα Ο. Συμβολίζουμε με $\omega_{(B)}$ τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της (B) και με $y_{(A)}$ την υψομετρική διαφορά του ελεύθερου άκρου της ράβδου μεταξύ των θέσεων (A) και (B).

Κατά την κίνηση της ράβδου η μηχανική της ενέργεια διατηρείται. Επομένως ισχύει:

$$E_{M(A)} = E_{M(B)}$$

Δεδομένου ότι:

α) η μηχανική ενέργεια της ράβδου σε μια τυχαία θέση της δίνεται από τη σχέση:

$$E_M = \frac{1}{2} I_O \cdot \omega^2 + mg \cdot \frac{y}{2}$$

(όπου ω είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη χρονική στιγμή που η υψομετρική διαφορά του ελεύθερου άκρου της ράβδου ως προς τη θέση ισορροπίας της είναι y (σχήμα 1))

β) η ταχύτητα V_M σημείου M της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της, δίδεται από τη σχέση: $V_M = \omega_{(B)} \cdot L_M$, όπου L_M η απόσταση του M από τον άξονα περιστροφής Ο (σχήμα 1),

δείχνουμε ότι ισχύει η σχέση:

$$V_M^2 = \frac{mgL_M^2}{I_O} \cdot y_{(A)} \quad (1)$$

[B]

Η σχέση 1 μπορεί να ελεγχθεί πειραματικά: Αρκεί να βρούμε τρόπο να μετράμε την υψομετρική διαφορά $y_{(A)}$ και την αντίστοιχη ταχύτητα V_M του M, όταν η ράβδος διέρχεται από τη θέση ισορροπίας (B). Το $y_{(A)}$ μπορεί να μετρηθεί με τη βοήθεια ηλεκτρονικού διαστημόμετρου. Η ταχύτητα V_M με χρήση συστήματος φωτοπύλης - ηλεκτρονικού χρονομέτρου.

Σχεδιάζουμε την πειραματική διάταξη, σύμφωνα με τα διαθέσιμα όργανα (εικόνα 1).

Απαιτούμενα όργανα

- 1) Ράβδος 30cm με μικρή οπή στο ένα άκρο της και άξονας γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστρέφεται
- 2) Σύστημα ορθοστάτη με συνδέσμους και σφικτήρα τύπου C
- 3) Σύστημα ορθοστάτη με λαβίδα
- 4) Διαστημόμετρο, χάρακας
- 5) Ζυγός (μέγιστη μάζα $\approx 500g$)
- 6) Αλφάδι
- 7) Σύστημα φωτοπύλης - ηλεκτρονικού χρονομέτρου
- 8) Ηλεκτρονικό διαστημόμετρο

Πειραματικές δραστηριότητες

- Συναρμολογούμε την πειραματική διάταξη που φαίνεται στην εικόνα 1.
- Τοποθετούμε τη φωτοπύλη στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα Ο. Αφήνουμε τη ράβδο να ισορροπήσει και σημειώνουμε πάνω της, με μαρκαδόρο, το σημείο Μ που η φωτεινή δέσμη συναντά τη ράβδο. Μετράμε την απόσταση L_M του Μ από τον άξονα περιστροφής Ο:

$$L_M = (OM) = \text{_____} \text{ m}$$

- Μετράμε με διαστημόμετρο τη διάμετρο a της ράβδου:

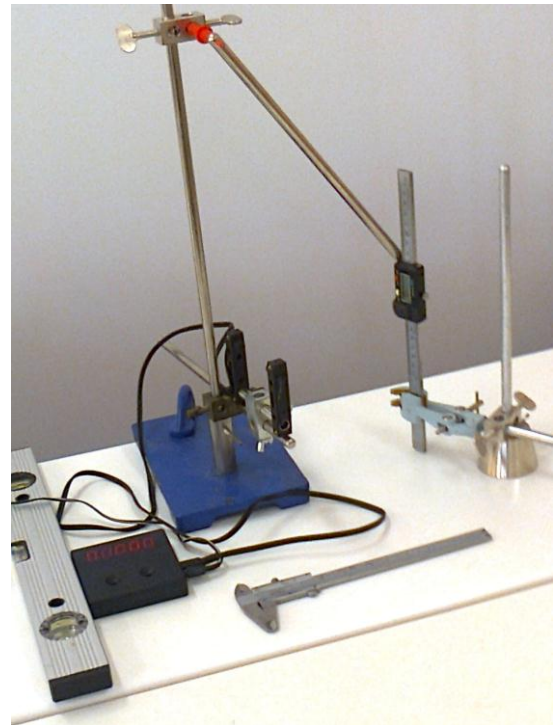
$$a = \text{_____} 10^{-2} \text{ m}$$

Το ηλεκτρονικό χρονόμετρο καταγράφει το χρόνο διακοπής της φωτεινής δέσμης της φωτοπύλης όταν ένα αντικείμενο διέλθει από αυτή. Ο χρόνος διέλευσης (τ) του σημείου Μ της ράβδου από τη φωτοπύλη καταγράφεται από το ηλεκτρονικό χρονόμετρο. Η μετατόπιση του Μ στο χρόνο τ ισούται με τη διάμετρο της ράβδου. Επομένως η ταχύτητα του Μ όταν η ράβδος διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V_M = \frac{a}{\tau} \tag{2}$$

- Οι υψομετρικές διαφορές $\gamma_{(A)}$ του ελεύθερου άκρου της ράβδου, για διάφορες αρχικές θέσεις της (Α), ως προς τη θέση ισορροπίας της, μετρούνται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού διαστημόμετρου. Για κάθε μια από τις υψομετρικές διαφορές $\gamma_{(A)}$ που καταγράφονται στον πίνακα μετρήσεων, αφήνουμε τη ράβδο να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα. Μετράμε τον αντίστοιχο χρόνο διέλευσης από τη φωτοπύλη και τον καταχωρούμε στον πίνακα μετρήσεων. Υπολογίζουμε τις ταχύτητες V_M και τα τετράγωνά τους. Συμπληρώνουμε όλα τα κελιά του πίνακα μετρήσεων.
- Σε φύλλο excel ή σε τετραγωνισμένο χαρτί επιλέγουμε κατάλληλο σύστημα αξόνων V_M^2 - γ και τοποθετούμε τα πειραματικά σημεία, σύμφωνα με τον πίνακα μετρήσεων.
- Ελέγχουμε αν τα πειραματικά σημεία βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία, όπως προβλέπει η θεωρία. Αν ΝΑΙ, σχεδιάζουμε την ευθεία που διέρχεται πλησιέστερα στο σύνολο των σημείων (γραμμική «γραμμή τάσης», στην ορολογία του excel) και υπολογίζουμε την κλίση της k . Αν ΟΧΙ, διερευνούμε τι δεν πήγε καλά και καταγράφουμε τα συμπεράσματά μας.

$$k = \text{_____} \text{ (μονάδες SI)}$$



Εικόνα 1

- Από την κλίση κ της πειραματικής ευθείας και τη θεωρητική σχέση 1, υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας I_0 της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο. Η απαιτούμενη μάζα m της ράβδου μετριέται με ζυγό.

$$m = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Kg}$$

$$I_0 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (μονάδες SI)}$$

- Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο μπορεί να υπολογιστεί σε συνάρτηση με τη μάζα της m και το μήκος της L. Αποδεικνύεται ότι ισχύει η σχέση:

$$I_0 = \frac{1}{3} m \cdot L^2 \quad (3)$$

Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας της ράβδου σύμφωνα με τη σχέση 3. Έστω I_0' η τιμή που βρίσκουμε. Συγκρίνουμε τις τιμές I_0 και I_0' : Υπολογίζουμε την επί τοις εκατό σχετική απόκλιση των δύο τιμών (σ):

$$\sigma = \left| \frac{I_0 - I_0'}{I_0} \right| = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \%$$

Οι μετρήσεις μας θεωρούνται ικανοποιητικές εφόσον $\sigma < 10\%$.

Συμπεράσματα - Αξιολόγηση

Αξιολογούμε την πειραματική διαδικασία, καθώς και το θεωρητικό μοντέλο πάνω στο οποίο σχεδιάστηκε: Απαντούμε στις ακόλουθες ερωτήσεις ή επιλέγουμε ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες. Αιτιολογούμε την κάθε επιλογή.

1. Πως μπορούμε να υποστηρίξουμε την υπόθεσή μας ότι οι τριβές και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέες και μπορούμε να τις αγνοήσουμε; Υποδεικνύουμε ένα πειραματικό τρόπο υπολογισμού του ποσοστού μείωσης της μηχανικής ενέργειας της ράβδου, μεταξύ της πρώτης και δεύτερης διέλευσής της από τη φωτούλη, λόγω των τριβών και της αντίστασης του αέρα.

2. Το θεωρητικό μοντέλο της Νευτώνειας μηχανικής που χρησιμοποιήσαμε για να περιγράψουμε την κίνηση της ράβδου περιέχει μαθηματικές αντινομίες και ασαφείς όρους.

3. Τα πειραματικά σημεία δεν βρίσκονται ακριβώς πάνω σε μια ευθεία λόγω των σφαλμάτων που υπεισέρχονται σε κάθε μέτρηση.

4. Η μέτρηση της ταχύτητας του M μέσω της σχέσης 2 εμπεριέχει σημαντικό (σε σχέση με την ακρίβεια των μετρήσεών μας) σφάλμα, διότι στη σχέση 1, το V_M είναι η στιγμιαία ταχύτητα του M όταν η ράβδος διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της. Αντίθετα η σχέση 2 δίνει τη μέση ταχύτητα του M καθώς η ράβδος διέρχεται από τη φωτοπύλη.

5. Δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι για την αξιοπιστία της πειραματικής διαδικασίας γιατί δεν μπορούμε να ελέγξουμε την αξιοπιστία των οργάνων μέτρησης.

Ενδεικτικές μετρήσεις

Μήκος ράβδου: $L=0.295\text{m}$

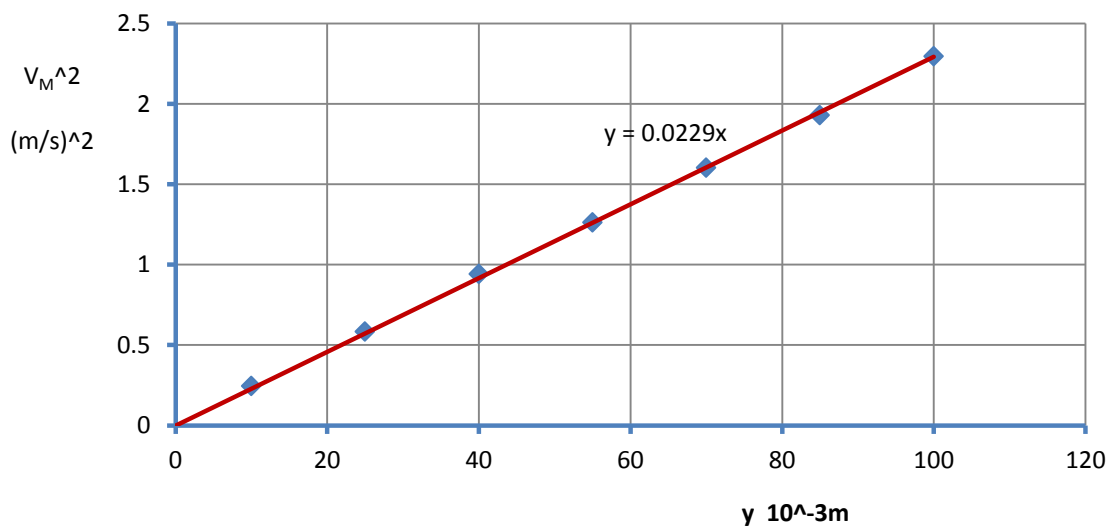
Μάζα ράβδου: $m=0.190\text{Kg}$

Διάμετρος ράβδου: $a=0.01\text{m}$

Απόσταση του σημείου M από τον άξονα περιστροφής: $L_M=0.265\text{m}$

$g=9.8\text{m/s}^2$

$\gamma \cdot 10^{-3}\text{m}$	$\Delta t \cdot 10^{-3}\text{s}$	$V_M = 1/\Delta t$ m/s	V_M^2 (m/s) ²
10	20.2	0.495049505	0.245074012
25	13.1	0.763358779	0.582716625
40	10.3	0.970873786	0.942595909
55	8.9	1.123595506	1.26246686
70	7.9	1.265822785	1.602307323
85	7.2	1.388888889	1.929012346
100	6.6	1.515151515	2.295684114



Io SI	I'o SI	σ
0.0057	0.0055	0.03

Σημείωση: Οι μετρήσεις επηρεάζονται σημαντικά από την ακρίβεια μέτρησης του μήκους L της ράβδου και της απόστασης του σημείου M από τον άξονα περιστροφής.

Κ_ΠΜ