ΕΚΦΕ ΑΝΑΤΟΛΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ:
Υπεύθυνος: Κ. Παπαμιχάλης

Μελέτη των νόμων των ιδανικών αερίων σε περιβάλλον εικονικού εργαστηρίου

Καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων

Κεντρική ιδέα

Στο περιβάλλον της εφαρμογής gas-properties_el, μελετάμε τη συμπεριφορά του εικονικού αερίου. Διαπιστώνουμε ότι το εικονικό αέριο υπακούει στους νόμους των ιδανικών αερίων: οι μακροσκοπικές μεταβλητές του εικονικού αερίου, στις καταστάσεις ισορροπίας του, ικανοποιούν την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων:

$$PV = kNT$$

όπου k σταθερά. Η τιμή της k εκφράζεται στο σύστημα μονάδων της εφαρμογής (που δεν είναι το S.I.) και υπολογίζεται στο πλαίσιο των εικονικών πειραμάτων μας.

Στην καταστατική εξίσωση εμπλέκονται τέσσερις μεταβλητές: η πίεση P, ο όγκος V, ο αριθμός μορίων N και η θερμοκρασία T του αερίου. *Πώς θα ελέγξουμε πειραματικά τις ποσοτικές σχέσεις μεταξύ όλων αυτών των μεταβλητών;*
Σύμφωνα με τη σύγχρονη επιστημονική μέθοδο, όταν επιδιώκουμε να ελέγξουμε πειραματικά ένα φυσικό νόμο στον οποίο εμπλέκονται πάνω από δύο φυσικά μεγέθη (μεταβλητές), ακολουθούμε την ακόλουθη τακτική:

1. Επιλέγουμε δύο από τα εμπλεκόμενα φυσικά μεγέθη και τα μεταβάλλουμε, διατηρώντας όλα τα υπόλοιπα σταθερά. Μελετάμε πειραματικά την ποσοτική σχέση των δύο επιλεγμένων μεγεθών και διατυπώνουμε ένα φυσικό νόμο. Ελέγχουμε αν ο φυσικός νόμος είναι σύμφωνος με την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων.
2. Επαναλαμβάνουμε το βήμα 1 για όλα τα ζεύγη φυσικών μεγεθών (P, V, N, T) που εμφανίζονται στη μαθηματική έκφραση της καταστατικής εξίσωσης, κρατώντας κάθε φορά τα υπόλοιπα σταθερά.

Θεωρητικές επισημάνσεις - Περιγραφή του εικονικού περιβάλλοντος

Βασικές έννοιες και σχέσεις

Ιδανικό αέριο - Κατάσταση ισορροπίας αερίου - Θερμοδυναμικές (ή μακροσκοπικές) μεταβλητές (P, V, T, N) - Καταστατική εξίσωση - Μικροσκοπική περιγραφή αερίου - Ελαστικές κρούσεις μορίων

Ένα αέριο καλείται ιδανικό όταν τα μόριά του αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου εντός του οποίου βρίσκεται μόνο μέσω ελαστικών κρούσεων. Όταν συμβαίνει αυτό, η θερμοδυναμική (μακροσκοπική) συμπεριφορά του αερίου στην κατάσταση ισορροπίας του, προσδιορίζεται από την καταστατική εξίσωση:

$$PV = kNT \qquad (1)$$

όπου: P είναι η πίεση του αερίου, V ο όγκος του δοχείου μέσα στο οποίο βρίσκεται, N ο αριθμός των μορίων του αερίου και T η θερμοκρασία του. Το k συμβολίζει μια σταθερά, κοινή για κάθε ιδανικό αέριο, της οποίας η τιμή εξαρτάται αποκλειστικά από το σύστημα μονάδων.

Στο εικονικό περιβάλλον της εφαρμογής Java gas-properties_el, μπορούμε να θέσουμε στο δοχείο έναν ελεγχόμενο αριθμό μορίων αερίου. Τα μόρια μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Οι συγκρούσεις των μορίων μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου είναι ελαστικές.
Η εφαρμογή συσχετίζει το μικροσκοπικό με το μακροσκοπικό επίπεδο: Η μακροσκοπική συμπεριφορά του εικονικού αερίου καθορίζεται πλήρως από τη μικροσκοπική συμπεριφορά των μορίων του. Το λογισμικό της εφαρμογής υπολογίζει την πίεση που

ασκείται στα τοιχώματα του δοχείου, από τη μέση δύναμη που ασκούν τα μόρια του αερίου κατά τι συγκρούσεις τους με αυτά. Η θερμοκρασία T του αερίου είναι μέτρο της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του. Υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\overline{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{3kT}{2} \qquad (2)$$

όπου m η μάζα κάθε μορίου και v το μέτρο της ταχύτητάς του.
Η πίεση και η θερμοκρασία του αερίου μετρούνται με το πιεσόμετρο και το θερμόμετρο, αντίστοιχα. Ο όγκος του αερίου μετρείται με χάρακα που τοποθετούμε κατά μήκος της μεταβλητής διάστασης του δοχείου. Θεωρούμε ότι ο χάρακας έχει βαθμονομηθεί σε μονάδες όγκου (για παράδειγμα η ένδειξη 2 του χάρακα, αντιστοιχεί σε 2 μονάδες όγκου του δοχείου). **Προσοχή**: στην εφαρμογή **δεν** χρησιμοποιείται το σύστημα μονάδων SI.

Στόχοι

Με τη διεξαγωγή της εργαστηριακής άσκησης επιδιώκουμε την ανάπτυξη των ακόλουθων γνώσεων, μεθόδων και δεξιοτήτων

1) Να κάνουμε προβλέψεις που αφορούν στη συμπεριφορά ενός αερίου και να τις ελέγχουμε σχεδιάζοντας και πραγματοποιώντας κατάλληλες πειραματικές διαδικασίες σε περιβάλλον εικονικού εργαστηρίου
2) Να χρησιμοποιούμε το εικονικό περιβάλλον της εφαρμογής gas-properties_el για να σχεδιάζουμε πειράματα και να κάνουμε μετρήσεις

Διεξαγωγή της άσκησης - Επεξεργασία των δεδομένων - Αξιολόγηση

Στην παρούσα άσκηση μελετάμε τη συμπεριφορά ενός εικονικού αερίου και ελέγχουμε κατά πόσον οι μακροσκοπικές μεταβλητές του (P, V, N, T), στην κατάσταση ισορροπίας, ικανοποιούν την καταστατικής εξίσωση των ιδανικών αερίων. Στο εικονικό εργαστήριο της εφαρμογής gas-properties_el, εφαρμόζουμε τα βήματα 1 και 2:

Α) Μεταβάλλουμε το N και το P, κρατώντας τα V και T σταθερά.
Β) Μεταβάλλουμε το P και το T, κρατώντας τα N και V σταθερά (νόμος Charles).
Γ) Μεταβάλλουμε το V και το T, κρατώντας τα N και P σταθερά (νόμος Gay-Lussac).
Δ) Μεταβάλλουμε το P και το V, κρατώντας τα N και T σταθερά (νόμος του Boyle).

Πείραμα Α: Σχέση P-N όταν τα V και T διατηρούνται σταθερά

Ποια είναι η σχέση των P και N, σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση, όταν τα V και T διατηρούνται σταθερά;

_____

_____

Στο περιβάλλον του εικονικού εργαστηρίου: Σταθεροποιούμε τον όγκο και τη θερμοκρασία στις τιμές V=8, T=300. Μεταβάλλουμε το N σύμφωνα με την πρώτη στήλη του πίνακα Α και μετράμε την αντίστοιχη πίεση του εικονικού αερίου στην κατάσταση ισορροπίας του. Συμπληρώνουμε τη δεύτερη στήλη του πίνακα Α.
Σχεδιάζουμε το πειραματικό γράφημα P-N σε φύλλο excel.
Βρίσκονται τα πειραματικά σημεία κοντά σε ευθεία, όπως προβλέπεται από την καταστατική εξίσωση; ΝΑΙ - ΟΧΙ.

ΠΙΝΑΚΑΣ Α1	
V=8μ.ο., T=300K	
N	P At
0	0
20	
40	
60	
80	
100	
120	
140	
160	
180	
200	

Αν ΟΧΙ, διερευνούμε τα ενδεχόμενα λάθη που πιθανόν έγιναν κατά τη διεξαγωγή του εικονικού πειράματος και επαναλαμβάνουμε το πείραμα.
Αν ΝΑΙ, υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας και από αυτή, τη σταθερά k που εμφανίζεται στην καταστατική εξίσωση.
Υπολογισμοί: _____
_____
k=_____

Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για τις τιμές V=5, T=350 (συμπληρώνουμε τον πίνακα Α2). Πόσο περιμένουμε να είναι η κλίση της νέας πειραματικής ευθείας;
_____
_____

ΠΙΝΑΚΑΣ Α2	
V=5μ.ο., T=350K	
N	P At
0	0
20	
40	
60	
80	
100	
120	
140	
160	
180	
200	

Πείραμα Β: Σχέση P-T όταν τα V και N διατηρούνται σταθερά (νόμος Charles)
Ποια είναι η σχέση των P και T, σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση, όταν τα V και N διατηρούνται σταθερά;
_____
_____

Στο περιβάλλον του εικονικού εργαστηρίου: Σταθεροποιούμε τον όγκο και τον αριθμό των μορίων στις τιμές V=8, N=80. Μεταβάλλουμε το T σύμφωνα με την πρώτη στήλη του πίνακα Α και μετράμε την αντίστοιχη πίεση του εικονικού αερίου στην κατάσταση ισορροπίας του. Συμπληρώνουμε τη δεύτερη στήλη του πίνακα Β1.
Σχεδιάζουμε το πειραματικό γράφημα P-T σε φύλλο excel.

ΠΙΝΑΚΑΣ Β1	
V=8μ.ο., N=80	
T K	P At
300	
350	
400	
450	
500	
550	

Βρίσκονται τα πειραματικά σημεία κοντά σε ευθεία, όπως προβλέπεται από την καταστατική εξίσωση; ΝΑΙ - ΟΧΙ.
Αν ΟΧΙ, διερευνούμε τα ενδεχόμενα λάθη που πιθανόν έγιναν κατά τη διεξαγωγή του εικονικού πειράματος και επαναλαμβάνουμε το πείραμα.
Αν ΝΑΙ, υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας και από αυτή, τη σταθερά k που εμφανίζεται στην καταστατική εξίσωση.
Υπολογισμοί: _____
_____
k=_____

Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για τις τιμές V=6, N=100 (συμπληρώνουμε τον πίνακα Β2). Πόσο περιμένουμε να είναι η κλίση της νέας πειραματικής ευθείας;
_____
_____

ΠΙΝΑΚΑΣ Β2	
V=6μ.ο., N=100	
T K	P At
300	
350	
400	
450	
500	
550	

Πείραμα Γ: Σχέση V-T όταν τα P και N διατηρούνται σταθερά (νόμος Gay-Lussac)
Ποια είναι η σχέση των V και T, σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση, όταν τα P και N διατηρούνται σταθερά;

_____
_____

ΠΙΝΑΚΑΣ Γ1	
P=__At, N=80	
T K	V μ.ο.
300	
350	
400	
450	
500	
550	

Στο περιβάλλον του εικονικού εργαστηρίου: Σταθεροποιούμε τον αριθμό των μορίων στην τιμή N=80 μόρια, και την πίεση σε μια τιμή μεταξύ 0,60 και 0,65At. Μεταβάλλουμε το T σύμφωνα με την πρώτη στήλη του πίνακα Α και μετράμε τον αντίστοιχο όγκο (διατηρώντας την πίεση σταθερή) του εικονικού αερίου στην κατάσταση ισορροπίας του. Συμπληρώνουμε τη δεύτερη στήλη του πίνακα Γ1.
Σχεδιάζουμε το γράφημα V-T σε φύλλο excel.
Βρίσκονται τα πειραματικά σημεία κοντά σε ευθεία, όπως προβλέπεται από την καταστατική εξίσωση; ΝΑΙ - ΟΧΙ.
Αν ΟΧΙ, διερευνούμε τα ενδεχόμενα λάθη που πιθανόν έγιναν κατά τη διεξαγωγή του εικονικού πειράματος και επαναλαμβάνουμε το πείραμα.
Αν ΝΑΙ, υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας και από αυτή, τη σταθερά k που εμφανίζεται στην καταστατική εξίσωση.
Υπολογισμοί: _____
_____
k=_____

ΠΙΝΑΚΑΣ Γ2	
P=__At, N=100	
T K	V μ.ο.
300	
350	
400	
450	
500	
550	

Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για τις τιμές P≈0,7, N=100 (συμπληρώνουμε τον πίνακα Γ2). Πόσο περιμένουμε να είναι η κλίση της νέας πειραματικής ευθείας;
_____
_____

Οι τιμές της σταθεράς k, που προέκυψαν κατά τη διεξαγωγή των εικονικών πειραμάτων Α, Β, Γ είναι ίδιες; ΝΑΙ - ΟΧΙ.
Αν ΟΧΙ, υπολογίζουμε την εκατοστιαία απόκλιση σ_{AB} μεταξύ της τιμής (k_A) του k που βρήκαμε στο πείραμα Α και της τιμής k_B που βρήκαμε στο πείραμα Β:

$$\sigma_{AB} = \left|\frac{k_A - k_B}{k_A}\right|$$

_____

Οι μετρήσεις μας θεωρούνται ικανοποιητικές εφόσον το σ_{AB} είναι μικρότερο του 0.1 (<10%).
Επαναλαμβάνουμε το ίδιο μεταξύ των τιμών k_A και k_Γ της σταθεράς k και υπολογίζουμε την αντίστοιχη απόκλιση:

$$\sigma_{A\Gamma} = \left|\frac{k_A - k_\Gamma}{k_A}\right|$$

_____

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι μετρήσεις μας είναι ικανοποιητικές; [Τεκμηριώνουμε την απάντησή μας]
_____
_____
_____

Πείραμα Δ: Σχέση P-V όταν τα T και N διατηρούνται σταθερά (νόμος Boyle)

Ποια είναι η σχέση των P και V, σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση, όταν τα T και N διατηρούνται σταθερά;

_____

_____

ΠΙΝΑΚΑΣ Δ1		
T=200K, N=400		
V μ.ο.	P At	PV
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Στο περιβάλλον του εικονικού εργαστηρίου: Σταθεροποιούμε τον αριθμό των μορίων και τη θερμοκρασία στις τιμές N=400μόρια και T= 200K.
Μεταβάλλουμε τον όγκο σύμφωνα με τις τιμές της πρώτης στήλης του πίνακα Δ1 και μετράμε τις αντίστοιχες τιμές της πίεσης στην κατάσταση ισορροπίας του αερίου. Συμπληρώνουμε τη δεύτερη και τρίτη στήλη του πίνακα Δ1.
Υπολογίζουμε τη μέση τιμή $\bar{C}$ των γινομένων PV.

$\bar{C}$ =_____

Σε φύλλο excel σχεδιάζουμε γράφημα, στο οποίο απεικονίζονται τα πειραματικά σημεία (V,P) και η υπερβολή $PV = \bar{C}$. Βρίσκονται τα πειραματικά σημεία κοντά στην υπερβολή αυτή; ΝΑΙ - ΟΧΙ.
Αν ΟΧΙ, διερευνούμε τα ενδεχόμενα λάθη που πιθανόν έγιναν κατά τη διεξαγωγή του εικονικού πειράματος και επαναλαμβάνουμε το πείραμα.
Αν ΝΑΙ, υπολογίζουμε το σταθερό γινόμενο PV=C, με βάση την καταστατική εξίσωση και συγκρίνουμε τις τιμές των $\bar{C}$ και C. Η σύγκριση γίνεται με τον υπολογισμό του κλάσματος:

$$\sigma = \left|\frac{\bar{C} - C}{\bar{C}}\right|$$

Οι μετρήσεις μας είναι ικανοποιητικές εφόσον το σ είναι μικρότερο του 0.1 (<10%).

C=PV, PV=kNT άρα C=_____ = _____
Υπολογισμοί: _____

_____

_____

Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για τις τιμές N=400, T=300 (συμπληρώνουμε τον πίνακα Δ2). Ποια είναι η προβλεπόμενη τιμή της C; Σχεδιάζουμε τη νέα υπερβολή στο προηγούμενο γράφημα excel.

_____

_____

_____

_____

ΠΙΝΑΚΑΣ Δ2		
T=300K, N=400		
V μ.ο.	P At	PV
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Προβληματισμοί και συμπεράσματα

1. Η τιμή της σταθεράς k που υπολογίσαμε είναι ίδια (στο πλαίσιο της ακρίβειας των υπολογισμών μας) σε κάθε πείραμα; ΝΑΙ-ΟΧΙ
   a. Αν ΝΑΙ, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το αέριο που μελετάμε είναι ιδανικό; [Αιτιολογούμε την απάντηση]

      _____
      _____
      _____

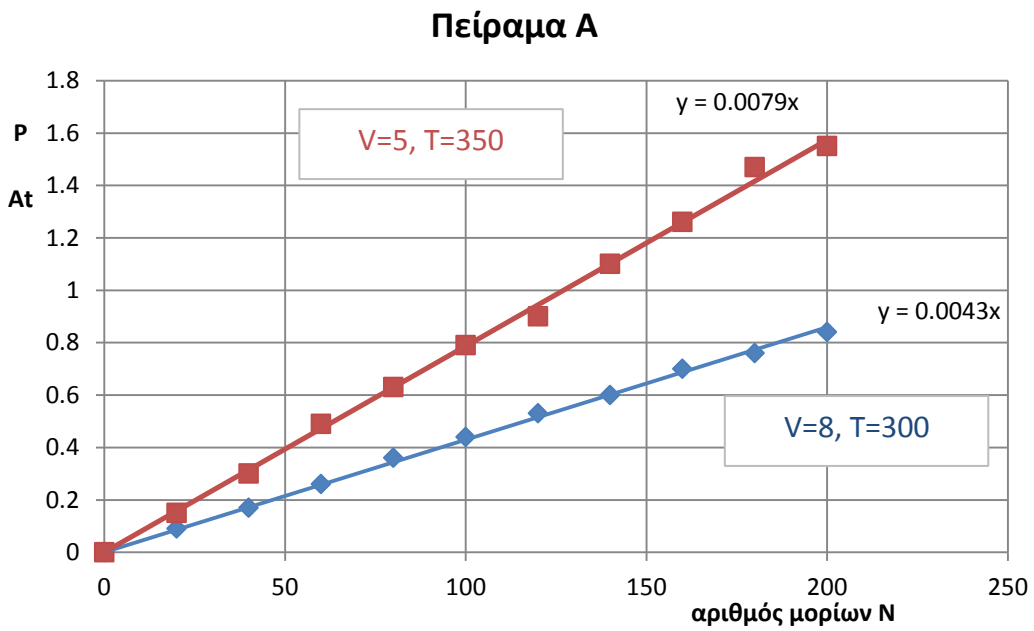
   b. Αν ΟΧΙ, επιλέγουμε μια ή περισσότερες από τις ακόλουθες εκδοχές:
      i. Το αέριο της εικονικής εφαρμογής δεν είναι ιδανικό
      ii. Οι νόμοι των ιδανικών αερίων είναι λανθασμένοι
      iii. Πιθανόν να έχει γίνει λάθος στις μετρήσεις ή στους υπολογισμούς μας
      iv. Οι τιμές διαφέρουν, αλλά οι διαφορές τους βρίσκονται στο περιθώριο του σφάλματος κάθε μέτρησης
      v. Ο αριθμός των μορίων που βρίσκονται στο δοχείο είναι μικρός, με συνέπεια ο υπολογισμός των μακροσκοπικών μεγεθών από το λογισμικό, με βάση το μικροσκοπικό μοντέλο, να παρουσιάζει σημαντικές στατιστικές διακυμάνσεις.
2. Παρατηρούμε τις κινήσεις των μορίων του αερίου στο μικρόκοσμο της προσομοίωσης. Περιγράφουμε το είδος των κινήσεων των μορίων που βρίσκονται εντός του δοχείου και διατυπώνουμε υποθέσεις για τις δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν.
3. Με ποια μικροσκοπικά μεγέθη σχετίζονται τα μακροσκοπικά μεγέθη «πίεση» και «θερμοκρασία»;
4. Αν από τα εικονικά πειράματα προέκυπτε ότι η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων δεν συμφωνεί με τα αποτελέσματα των πειραμάτων, σε ποια συμπεράσματα θα καταλήγαμε όσον αφορά στις αλληλεπιδράσεις των μορίων του εικονικού αερίου;

   _____
   _____
   _____
   _____
   _____
   _____

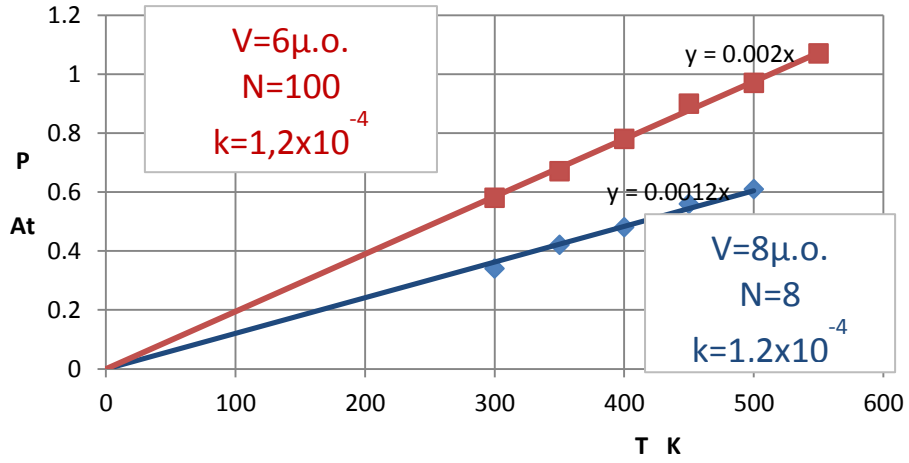
Οδηγίες για τη διαχείριση του εικονικού περιβάλλοντος της εφαρμογής

Α) Πριν τη διεξαγωγή της άσκησης, οι μαθητές εξοικειώνονται με το εικονικό περιβάλλον της εφαρμογής: Τους εξηγούμε τη φιλοσοφία του λογισμικού, τον τρόπο ελέγχου και επιλογής των παραμέτρων, τη διαδικασία λήψης μετρήσεων στο εικονικό εργαστήριο κλπ.
Β) Στο δοχείο τοποθετούμε τα βαρύτερα μόρια («βαριά είδη»).
Γ) Εξάγουμε το εργαλείο «χάρακα», για τη μέτρηση του όγκου του δοχείου.
Δ) Επιλέγουμε μηδενική βαρύτητα.
Ε) Επειδή ο αριθμός των μορίων είναι μικρός, η μέτρηση της πίεσης από το λογισμικό παρουσιάζει σημαντικές στατιστικές διακυμάνσεις. Περιμένουμε το αέριο να ισορροπήσει και λαμβάνουμε ως τιμή της πίεσης τη μέση τιμή των τιμών που δείχνει το πιεσόμετρο.
Ζ) Αφού προσδιορίσουμε τις τιμές των παραμέτρων που θα διατηρήσουμε σταθερές, κάνουμε τις κατάλληλες επιλογές με τα εργαλεία «σταθερής παραμέτρου» της εφαρμογής.

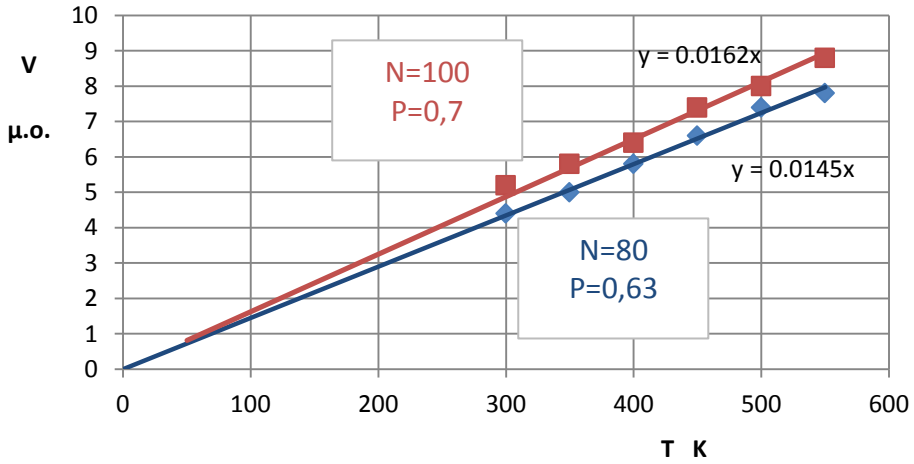
Ενδεικτικά αποτελέσματα μετρήσεων



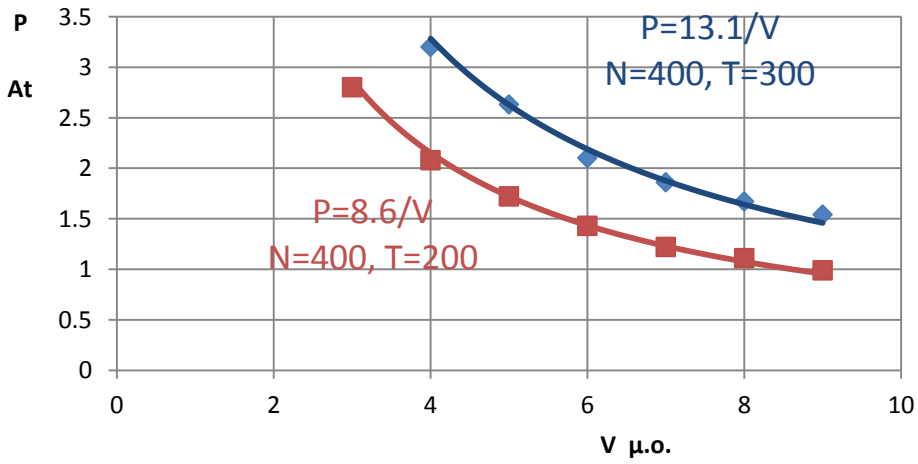
Πείραμα Β



Πείραμα Γ



Πείραμα Δ



k_pm