

## Μελέτη της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης σώματος με χρήση συστήματος φωτούλης-χρονομέτρου

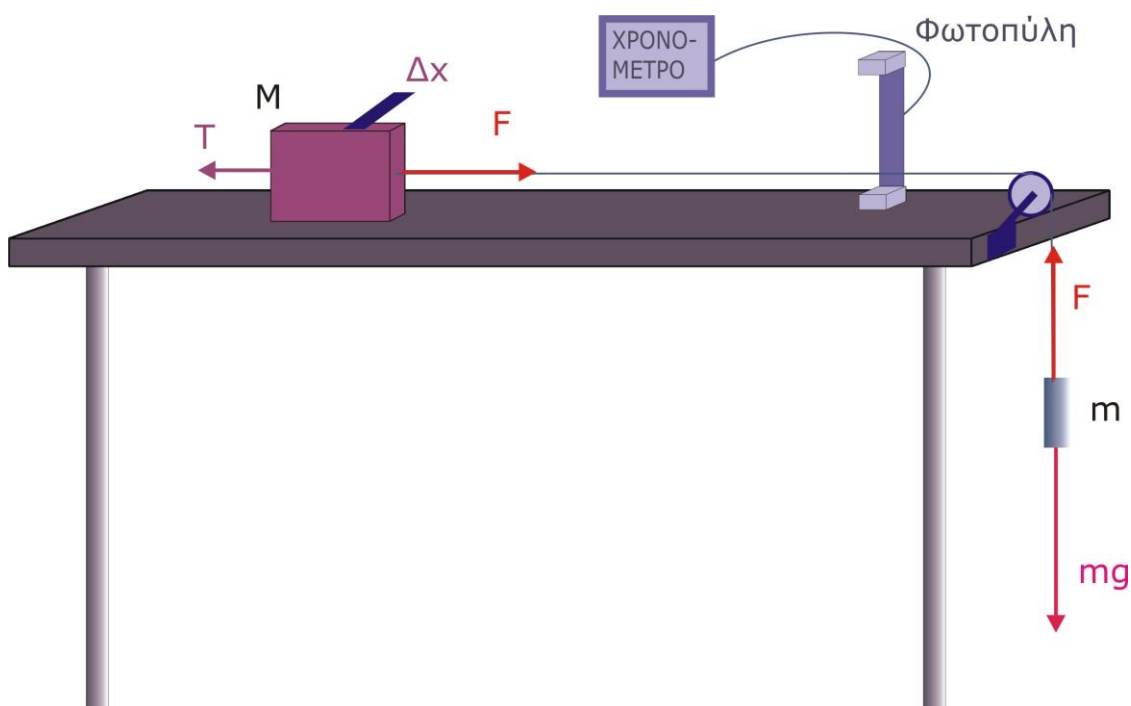
### Περιγραφή - Θεωρητικές προβλέψεις - Σχεδιασμός

#### Βασικές έννοιες, σχέσεις και διαδικασίες

Αδρανειακό σύστημα αναφοράς - 2ος νόμος του Newton - Τριβή ολίσθησης - Συντελεστής τριβής ολίσθησης - Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση - Γραφική παράσταση γραμμικής συνάρτησης

Στην άσκηση μελετάμε την κίνηση ενός σώματος που μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, όπως εικονίζεται στο σχήμα 1. Το σώμα έχει μάζα  $M$  και είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος. Το νήμα διέρχεται από τροχαλία και στο άλλο άκρο του κρεμάμε ένα βαρίδι μάζας  $m$  (σχήμα 1).

Αφήνουμε το σώμα να κινηθεί, χωρίς να του δώσουμε αρχική ταχύτητα. Το σώμα κινείται κάτω από τη δράση των οριζόντιων δυνάμεων  $F$  και  $T$  (όπου  $F$  είναι η δύναμη που του ασκεί το νήμα και  $T$  η τριβή ολίσθησης). Οι δυνάμεις  $F$  και  $T$  είναι σταθερές, οπότε, σύμφωνα με το 2ο νόμο του Newton, το σώμα θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση  $a$ . Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, με επιτάχυνση ίδιου μέτρου θα κινηθεί και το βαρίδι, κατακόρυφα, προς το έδαφος.



Σχήμα 1: Σχηματική αναπαράσταση της πειραματικής διάταξης.

#### Μελέτη της κίνησης του σώματος - Σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας

Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή  $t$  η θέση του  $x$  και η ταχύτητά του  $v$ , υπολογίζονται από τις εξισώσεις:

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

και

$$v = a \cdot t$$

Αν από τις σχέσεις αυτές απαλείψουμε το  $t$ , προκύπτει:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot x \quad (1)$$

Παρατηρούμε ότι το τετράγωνο της ταχύτητας ( $v^2$ ) είναι ανάλογο της θέσης ( $x$ ) του σώματος. Επομένως, η γραφική παράσταση της σχέσης  $v^2 = f(x)$  είναι μια ευθεία που διέρχεται από το μηδέν. Η κλίση της ευθείας αυτής ισούται με  $2a$ .

Οι παρατηρήσεις αυτές μας οδηγούν στο σχεδιασμό μιας πειραματικής διαδικασίας:

Αν για διαφορετικές τιμές του  $x$  μετρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές του  $v^2$ , τα πειραματικά σημεία ( $x, v^2$ ) θα πρέπει να βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία. Αν σχεδιάσουμε αυτή την πειραματική ευθεία και υπολογίσουμε την κλίση της, μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση  $a$  του σώματος.

*Πώς θα σχεδιάσουμε την πειραματική ευθεία  $v^2 = f(x)$ ;*

Αρκεί για μερικές τιμές της θέσης  $x$  του σώματος, να υπολογίσουμε πειραματικά την ταχύτητά του και να βρούμε το τετράγωνό της. Στη συνέχεια, τοποθετούμε τα πειραματικά σημεία σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων  $x$  (οριζόντιος) και  $v^2$  (κάθετος). Σχεδιάζουμε την «καλύτερη» ευθεία που διέρχεται από αυτά.

*Πώς θα υπολογίσουμε πειραματικά την ταχύτητα του σώματος;*

Η ταχύτητα ορίζεται από τη σχέση

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2)$$

όπου  $\Delta x$  είναι μια «μικρή» μετατόπιση του σώματος που πραγματοποιείται σε χρόνο  $\Delta t$  όταν αυτό διέρχεται από τη θέση  $x$ . Στην πειραματική μας διάταξη, ο χρόνος  $\Delta t$  είναι ο χρόνος που απαιτείται για να διέλθει από τη φωτοπύλη το χαρτονάκι πλάτους  $\Delta x = 2\text{cm} = 0,02\text{m}$  που έχουμε κολλήσει στο σώμα (σχήμα 1). Ο χρόνος  $\Delta t$  μετρείται με το ηλεκτρονικό χρονόμετρο που έχουμε συνδέσει με τη φωτοπύλη.

Για να μετρήσουμε την ταχύτητα που αντιστοιχεί σε κάθε τιμή του  $x$ , τοποθετούμε διαδοχικά το αμαξάκι σε διαφορετικές αποστάσεις από τη φωτοπύλη και το αφήνουμε να κινηθεί ευθύγραμμα προς αυτή, χωρίς να αλλάξουμε τη μάζα του βαριδιού.

### **Πειραματικός υπολογισμός της τριβής ολίσθησης και του συντελεστή τριβής ολίσθησης**

Σύμφωνα με τη θεωρία, η κίνηση τόσο του σώματος, όσο και του βαριδιού περιγράφονται από το 2ο νόμο του Νεύτωνα. Από την εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για κάθε σώμα χωριστά, προκύπτουν οι εξισώσεις (σχήμα 1):

$$F - T = M \cdot a$$

$$m \cdot g - F = m \cdot a$$

από τις οποίες, με απαλοιφή του  $F$ , προκύπτει η σχέση:

$$T = m \cdot g - (M + m) \cdot a \quad (3)$$

όπου  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

Σύμφωνα με τη σχέση 3, για να υπολογίσουμε πειραματικά την τριβή ολίσθησης  $T$ , αρκεί να μετρήσουμε με ένα ζυγό τις μάζες  $M$  και  $m$  και να υπολογίσουμε πειραματικά την επιτάχυνση  $a$  (με τον τρόπο που αναπτύξαμε παραπάνω).

Γνωρίζουμε ότι η τριβή ολίσθησης  $T$  είναι ανάλογη της κάθετης δύναμης ( $N$ ) που ασκεί η επιφάνεια επαφής στο αμαξάκι:

$$T = \mu \cdot N$$

όπου  $\mu$  είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης.

Στη πειραματική διάταξη του σχήματος 1, η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα είναι οριζόντια. Επομένως, η κάθετη αντίδραση  $N$  που ασκείται από την επιφάνεια στο σώμα έχει μέτρο ίσο με το βάρος  $Mg$  του σώματος:

$$T = \mu \cdot M \cdot g$$

ή:

$$\mu = \frac{T}{M \cdot g} \quad (4)$$

Από τη σχέση 4 μπορούμε να υπολογίσουμε πειραματικά την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .

### Έλεγχος των αποτελεσμάτων

Για να ελέγξουμε την αξιοπιστία του πειραματικού υπολογισμού του συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$  που πραγματοποιήσαμε, υπολογίζουμε την πειραματική τιμή του  $\mu$  και με ένα δεύτερο τρόπο. Σκεφτόμαστε ως εξής:

Αν διαλέξουμε ένα βαρίδι με μάζα  $m_1$ , τέτοια ώστε το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή με μηδενική επιτάχυνση ( $a=0$ ), τότε από τη σχέση 3, προκύπτει ότι η τριβή είναι ίση με  $T=m_1g$ . Οπότε, ο συντελεστής τριβής  $\mu$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mu = \frac{T}{M \cdot g} = \frac{m_1 \cdot g}{M \cdot g} = \frac{m_1}{M}$$

ή:

$$\mu = \frac{m_1}{M} \quad (5)$$

Για να βρούμε τη μάζα  $m_1$  του βαριδιού, με την οποία πετυχαίνουμε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του σώματος, αυξάνουμε σταδιακά τη μάζα του (ξεκινώντας από το μηδέν). Για κάθε τιμή της μάζας του βαριδιού σπρώχνουμε ελαφρά το σώμα. Όταν διαπιστώσουμε ότι με ένα ελαφρό σπρώξιμο, το σώμα συνεχίζει να κινείται με σχεδόν σταθερή ταχύτητα, έχουμε πετύχει την επιθυμητή τιμή  $m_1$  της μάζας του βαριδιού.

## Πειραματική Διαδικασία

### Όργανα και υλικά

1. Τροχαλία και σφικτήρας τύπου C
2. Νήμα
3. Βαρίδια: 1x150g, 1x100g, 2x50g, 8x10g
4. Σώμα χωρίς τροχούς
5. Ζυγός
6. Φωτοπύλη με ηλεκτρονικό χρονόμετρο
7. Ορθοστάτης με λαβίδα και σύνδεσμο
8. Συνδετήρας
9. Χάρακας
10. Χαρτί μιλιμετρέ
11. Αριθμομηχανή

### Πείραμα 1: Πειραματικός υπολογισμός της επιτάχυνσης του σώματος, της τριβής ολίσθησης και του συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu$

1. Πάνω στον πάγκο έχει σχεδιαστεί μια βαθμονομημένη ευθεία. Τοποθετήστε τη φωτοπύλη στο μηδέν της ευθείας. Τοποθετήστε το σώμα σε τέτοια θέση, ώστε το βέλος που είναι χαραγμένο στο μέσο του χαρτονιού, να βρίσκεται 0,1m από τη φωτοπύλη ( $x=0,1m$ ).
2. Συνδέστε το σώμα με το νήμα. Περάστε το νήμα μέσα από την τροχαλία και στο ελεύθερο άκρο του κρεμάστε βαρίδια συνολικής μάζας 0,2Kg, κρατώντας το σώμα ακίνητο.
3. Φροντίστε: α) το νήμα να είναι παράλληλο με την ευθεία που είναι χαραγμένη στον πάγκο και β) Όταν το αμαξάκι κινηθεί, το χαρτόνι να περάσει μέσα από τη δέσμη της φωτοπύλης, ανεμπόδιστα γ) το βαρίδι να κινείται κατακόρυφα, χωρίς να αιωρείται.

Αφήστε το αμαξάκι να κινηθεί ελεύθερα. Σημειώστε στο πρόχειρο, το χρόνο  $\Delta t$ , που καταγράφει το χρονόμετρο. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία τρεις φορές και υπολογίστε τη μέση τιμή των χρόνων που έχετε σημειώσει. Αν κάποιες μετρήσεις διαφέρουν πολύ, ακυρώστε τις και επαναλάβετε τη διαδικασία.

Καταγράψτε τη μέση τιμή του χρόνου διέλευσης στον Πίνακα Μετρήσεων, **με προσέγγιση δύο σημαντικών ψηφίων**.

4. Τοποθετήστε το σώμα, διαδοχικά στις θέσεις  $x=0,2m, 0,3m, 0,4m, 0,5m$  και για κάθε θέση επαναλάβετε τα βήματα 2 έως 4.
5. Συμπληρώστε την τρίτη και τέταρτη στήλη του Πίνακα Μετρήσεων, **με προσέγγιση δύο σημαντικών ψηφίων**.
6. Στο χαρτί μιλιμετρέ, σχεδιάστε δύο κάθετους άξονες: Στον οριζόντιο μετράμε τις θέσεις  $x$  του αμαξιού σε  $m$  και στον κάθετο τα τετράγωνα της ταχύτητας του αμαξιού  $v^2$  σε  $m^2/s^2$ . Επιλέξτε τις κατάλληλες κλίμακες και τοποθετήστε τα πειραματικά σημεία, σύμφωνα με τις τιμές του Πίνακα Μετρήσεων. Σχεδιάστε την ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και βρίσκεται όσο το δυνατόν πλησιέστερα στο σύνολο των πειραματικών σημείων.

7. Υπολογίστε την κλίση  $\kappa$  της πειραματικής ευθείας και από αυτήν, την επιτάχυνση  $a$  του αμαξιού.

$$\kappa = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/s}^2$$

8. Υπολογίστε την τριβή ολίσθησης  $T$  και το συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .  
 $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

$$\text{Μάζα σώματος: } M = \underline{\hspace{2cm}} \text{ Kg}$$

$$T = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N}$$

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}}$$

<b>ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ</b>			
$x \text{ m}$	$\Delta t \text{ s}$	$v = \Delta x / \Delta t \text{ m/s}$ $\Delta x = 0,02 \text{ m}$	$v^2 \text{ m}^2/\text{s}^2$
0	-	0	0
0,1			
0,2			
0,3			
0,4			
0,5			

**Πείραμα 2: 2ος πειραματικός υπολογισμός της τριβής ολίσθησης και του συντελεστή της τριβής ολίσθησης  $\mu$**

9. Αφαιρέστε από το νήμα όλα τα βαρίδια. Κρεμάστε σταδιακά, βαρίδια διαρκώς αυξανόμενης συνολικής μάζας, μέχρις ότου το σώμα με ένα ελαφρύ σπρώξιμο κινείται αργά με σταθερή ταχύτητα. Τότε, ζυγίστε τα βαρίδια και υπολογίστε την τριβή ολίσθησης μεταξύ αμαξιού και επιφάνειας σύμφωνα με τα όσα αναφέρονται στον αντίστοιχο σχεδιασμό του πειράματος.

$$T = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N}$$

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}}$$

**Ερωτήσεις**

1) Βρίσκονται τα πειραματικά σημεία πάνω σε μια ευθεία, που διέρχεται από το μηδέν, σε ικανοποιητικό βαθμό (κατά την κρίση σας);

ΝΑΙ-ΟΧΙ

Για ποιο λόγο τα πειραματικά σημεία δεν βρίσκονται ακριβώς πάνω σε μια ευθεία δια του μηδενός; Επιλέξτε ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές

και ποιες λανθασμένες [Για κάθε σωστή επιλογή παίρνετε 2 μονάδες, για κάθε λανθασμένη -2 και αν δεν απαντήσετε, 0]:

α) Κατά τη διεξαγωγή της πειραματικής διαδικασίας υπεισέρχονται αναπόφευκτα σφάλματα.

β) Οι επιφάνειες που εφάπτονται δεν είναι απολύτως ομοιόμορφες, ούτε εντελώς επίπεδες, με συνέπεια η τριβή να μεταβάλλεται ελαφρά κατά την κίνηση του σώματος.

γ) Το θεωρητικό μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε για την περιγραφή της κίνησης του σώματος είναι λανθασμένο.

δ) Η **τριβή ολίσθησης** εξαρτάται και από την ταχύτητα του σώματος, με συνέπεια η κίνηση να μην είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.

ε) Με την πειραματική διάταξη, μετράμε κάθε φορά τη μέση ταχύτητα του σώματος, όταν το χαρτόνι διέρχεται από τη φωτοπύλη. Η τιμή της μέσης ταχύτητας διαφέρει **σημαντικά** από τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος.

2) Οι τιμές του συντελεστή τριβής ολίσθησης, που υπολογίσατε με τις δύο πειραματικές διαδικασίες διαφέρουν σημαντικά, κατά την εκτίμησή σας;  
ΝΑΙ - ΟΧΙ

3) Πού οφείλεται η όποια διαφορά των δύο τιμών του  $\mu$ ; Επιλέξτε ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές και ποιες λανθασμένες [Για κάθε σωστή επιλογή παίρνετε 2 μονάδες, για κάθε λανθασμένη -2 και αν δεν απαντήσετε, 0]:

α) Το πρώτο πείραμα ήταν **αρκετά σύνθετο**, με συνέπεια να προκύψουν σημαντικά σφάλματα στη μέτρηση του  $\mu$ .

β) Το δεύτερο πείραμα δεν είναι αρκετά αξιόπιστο, γιατί δεν μπορέσαμε να διαπιστώσουμε με ακρίβεια, ότι το σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, για ορισμένη μάζα βαριδιών.

γ) Η διαφορά οφείλεται, σε σημαντικό βαθμό, στην ανομοιογένεια των επιφανειών που εφάπτονται.

δ) Η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του πάγκου, εξαρτάται από τον **τρόπο** που γίνεται η μέτρηση.

ε) Η διαφορά οφείλεται, σε σημαντικό βαθμό, σε υποκειμενικά σφάλματα, αλλά και στο ότι οι εφαπτόμενες επιφάνειες εμφανίζουν μικρή καμπυλότητα.

### Αξιολόγηση της άσκησης

Σύνθεση και λειτουργία της πειραματικής διάταξης	15
Λήψη και καταγραφή μετρήσεων	06
Κλίμακες και βαθμονόμηση αξόνων γραφήματος	10
Τοποθέτηση πειραματικών σημείων στο σύστημα αξόνων	05
Σχεδίαση πειραματικής ευθείας	05
Υπολογισμός της κλίσης της πειραματικής ευθείας	08
Πειραματικός υπολογισμός της επιτάχυνσης	03
Πειραματικός υπολογισμός της τριβής ολίσθησης από το πείραμα 1	05
Πειραματικός υπολογισμός του συντελεστή της τριβής ολίσθησης από το πείραμα 1	03
Πειραματικός υπολογισμός της τριβής ολίσθησης από το πείραμα 2	15
Πειραματικός υπολογισμός του συντελεστή της τριβής ολίσθησης από το πείραμα 2	05
Απάντηση στην 1η ερώτηση πολλαπλής επιλογής	10
Απάντηση στην 2η ερώτηση πολλαπλής επιλογής	10
<b>Σύνολο</b>	<b>100</b>

## Ενδεικτικές μετρήσεις και υπολογισμοί

$x$ m	$\Delta t$ s	$v$ m/s	$v^2$ m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	$a=$	1.55	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
0.1	0.035	0.57	0.33	$M=$	0.33	Kg
0.2	0.025	0.80	0.64	$m=$	0.25	Kg
0.3	0.021	0.95	0.91	$T=$	1.56	N
0.4	0.018	1.11	1.23	$\mu=$	0.49	
				$T'=$	1.05	N
				$\mu'=$	0.33	

### Ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

